

SYLLABUS CONCORSO 39° CICLO

SYLLABUS MECCANICA

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE

- Cinematica: Moti uniformi, uniformemente accelerati, circolari, moti vari
- I moti relativi

DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE

- IL principio di relatività e principi di Newton
- Quantità di moto. Impulso.
- Reazione vincolari.
- Forze di attrito statico dinamico e viscoso
- Forze elastiche e moto armonico.
- Interazione gravitazionale e forza peso
- Forze apparenti.
- Lavoro e teorema dell'energia cinetica
- Forze conservative e conservazione dell'energia meccanica.

DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

- Centro di massa
- Equazioni Cardinali e conservazione della quantità di moto e del momento angolare.
- Teoremi di König, per l'energia cinetica e momento angolare
- Conservazione dell'energia per sistemi di punti materiali.
- Urti elastici ed anelastici

CORPI RIGIDI

- Momento di inerzia e teorema di Huygens Steiner
- Equazioni della dinamica per rotazioni intorno ad assi fissi
- Moti di puro rotolamento
- Urti con corpi rigidi

SYLLABUS ELETTROMAGNETISMO

ELETTROSTATICA Legge di Coulomb.

- Teorema di Gauss, prima equazione di Maxwell.
- Potenziale elettrico, terza equazione di Maxwell, equazione di Poisson e di Laplace per il potenziale.
- Energia potenziale e densità di energia elettrostatica di una distribuzione di carica

CONDUTTORI E CAMPO ELETTROSTATICO

- Proprietà dei conduttori: carica indotta, gabbia di Faraday , teorema di Coulomb per la densità di carica.
- Condensatori
- Energia elettrostatica di conduttori e condensatori.

ELETTROSTATICA IN PRESENZA DI DIELETTRICI

- Densità di polarizzazione. Densità volumetrica e superficiale di cariche di polarizzazione
- Spostamento elettrico. Prima equazione di Maxwell nei dielettrici.
- Energia elettrostatica in presenza di dielettrici.

- Legge di rifrazione delle linee di forza del campo elettrico alla superficie di separazione tra due dielettrici.

CORRENTE ELETTRICA STAZIONARIA

- Intensità e densità di corrente.
- Equazione di continuità. Leggi di Ohm. Resistenza.
- Legge di Joule.
- Corrente quasi-stazionaria. Carica e scarica di un condensatore

MAGNETOSTATICA NEL VUOTO

- Forza di Lorentz.
- Forza agente su un circuito percorso da corrente (seconda formula di Laplace).
- Legge di Biot-Savart (prima formula di Laplace).
- Proprietà del campo magnetico, definizione di potenziale vettore, seconda equazione di Maxwell.
- Quarta equazione di Maxwell e teorema della circuitazione di Ampere.

INDUZIONE MAGNETICA E CAMPI LENTAMENTE VARIABILI

- Forza elettromotrice indotta, flusso tagliato e forza di Lorentz.
- Legge di Faraday-Neumann e legge di Lenz.
- Terza equazione di Maxwell.
- Induttanza. Energia del campo magnetico

SYLLABUS ELECTROMAGNETISM

ELECTROSTATIC

- Coulomb's law
- Electric field
- Gauss theorem and first Maxwell's equation.
- Scalar potential, third Maxwell's equation, Poisson and Laplace equations
- Electrostatic potential energy and energy density of a charge distribution

CONDUCTORS AND ELECTROSTATIC FIELD

- Conductors: induced charge, Faraday's cage, Coulomb theorem for the surface charge
- Capacitors
- Electrostatic energy of conductors and capacitors

ELECTRIC FIELDS IN MATTER

- Polarization, volume and surface density of bound charges.
- The electric displacement, first Maxwell's equation in linear dielectrics
- Electrostatic energy in linear dielectrics
- Interface between linear dielectrics

STEADY CURRENTS

- Intensity and density of current
- Continuity equation. Ohm's laws. Resistance
- Joule heating.
- Slowly varying currents: charging and discharging a capacitor

MAGNETOSTATIC

- Lorentz' forces

- Magnetic force on a current-carrying wire (second Laplace formula)
- Magnetic field from steady currents (Biot-Savart's law)
- Divergence and curl of \mathbf{B} , vector potential, second Maxwell's equation
- Fourth Maxwell's equation and Ampere's law.

MAGNETIC INDUCTION AND SLOWLY-VARYING FIELDS

- Motional electromotive force and Lorentz force.
- Lenz's law and Faraday-Neumann's law.
- Third Maxwell's equation
- Inductance. Energy in magnetic fields.

SYLLABUS FOR NON-RELATIVISTIC QUANTUM MECHANICS

- a) Fundamental concepts: kets, bras, operators, Hilbert space, basis, matrix representation, measurements, observables, and uncertainty relations, position, momentum, and translation, wave functions in position and momentum space.
- b) Quantum dynamics: time evolution, Schroedinger equation, Schroedinger and Heisenberg representation, harmonic oscillator, finite-depth and infinite-depth square well.
- c) Theory of angular momentum: rotations and angular momentum, commutation relations, spin 1/2 systems, eigenvalues and eigenstates of angular momentum, orbital angular momentum, addition of angular momenta and Clebsch-Gordan coefficients.
- d) Symmetry in quantum mechanics: conserved quantities, degeneracies. Discrete symmetries, parity (space inversion).
- e) Approximation methods. Time-independent perturbation theory (degenerate and nondegenerate case). Time-dependent perturbation theory.
- f) Identical particles, Pauli principle, fermions and bosons.

SYLLABUS DI MECCANICA STATISTICA

Fondamenti della Meccanica Statistica Classica

Spazio delle fasi, Postulato Fondamentale della Meccanica Statistica

Ensemble Microcanonico

- Definizione di Entropia e regole di calcolo a energia costante
- Distribuzione di Maxwell-Boltzmann.
- Teorema di equipartizione e teorema del viriale.
- Entropia del gas perfetto.
- Paradosso di Gibbs e equazione di Sackur-Tetrode.

Ensemble Canonico

- Distribuzione di Boltzmann e regole di calcolo a temperatura costante
- Funzione di partizione, Energia media, Energia libera di Helmholtz, calore specifico, potenziale chimico
- Gas perfetto di particelle libere.
- Equazione Barometrica nel gas perfetto.
- Gas perfetto di oscillatori armonici.
- Gas perfetto di particelle classiche relativistiche.
- Gas classico interagente, espansione del viriale.

Ensemble a temperatura e pressione costante: Ensemble (T,p).

- Definizione e regole di calcolo

Ensemble Gran Canonico

- Regole di calcolo per sistemi aperti a temperatura costante
- Fugacita', funzione gran canonica, gran potenziale

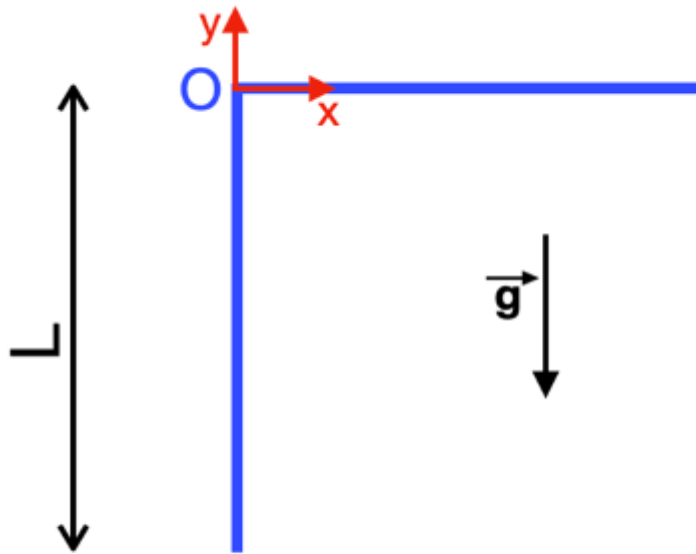
ESEMPI DI ESERCIZI

MECCANICA

ESERCIZIO 1

Una sbarra omogenea di lunghezza $2L$ e massa M è piegata a 90 gradi nel suo centro O . La sbarra è vincolata a ruotare, senza attrito, intorno all'asse orizzontale passante per O e ortogonale al piano della figura. L'asta viene lasciata libera di ruotare, partendo da ferma, dalla posizione indicata in figura. Calcolare

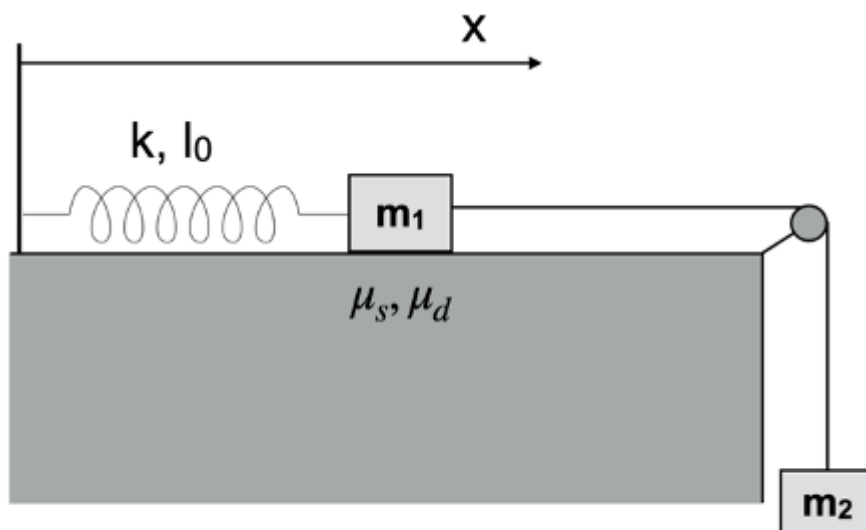
1. il momento di inerzia I rispetto ad un asse perpendicolare al piano della sbarra e passante per O ;
2. l'accelerazione angolare α quando la sbarra comincia a ruotare;
3. la componente radiale R_r e tangenziale R_t della reazione vincolare quando la sbarra comincia a ruotare.



ESERCIZIO 2

Una massa m_1 è appoggiata su un piano scabro di coefficienti di attrito statico e dinamico pari a μ_s e μ_d , rispettivamente. Essa è collegata da un lato ad una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 e dall'altro ad un filo inestensibile e di massa trascurabile. All'altro capo del filo è appesa una massa m_2 tramite una carrucola di massa trascurabile come in figura. Calcolare:

1. la tensione del filo se il sistema è in quiete;
2. i valori della coordinata x della massa m_1 per i quali il sistema può restare in quiete e la coordinata massima (x_{\max}) possibile);
3. l'accelerazione iniziale quando la massa m_1 viene portata nella posizione $x' = 2x_{\max}$ e il sistema viene lasciato libero di muoversi partendo da fermo ;



ELETTROMAGNETISMO

ESERCIZIO 1 - EXERCICE 1

Una carica $Q=2.0$ nC è posta su una sfera conduttrice di raggio $R=20$ cm. Esternamente alla sfera e concentrico ad essa è posto un guscio sferico (raggi $R_1 = 25$ cm e $R_2 = 35$ cm) di materiale isolante omogeneo ed isotropo con costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 3$. Si determini:

1. Il potenziale della sfera (assumendo nullo il valore del potenziale all'infinito)
2. Le cariche di polarizzazione (volumetriche e superficiali) presenti nel dielettrico
3. Il lavoro necessario per portare una carica $q = -0.4$ nC dalla distanza $d=1.2$ m dal centro della sfera a distanza infinita da essa.

A conducting sphere of radius $R=20$ cm carries an electric charge $Q=2.0$ nC. The sphere is embedded in a spherical shell (inner $R_1 = 25$ cm and outer radius $R_2 = 35$ cm, respectively) made of a linear homogeneous isotropic dielectric, of dielectric constant $\epsilon_r = 3$.

1. *Compute the potential of the sphere (assuming zero potential at infinity)*
2. *Compute the (volume and surface) polarization charges in the dielectric*
3. *Compute the work done to bring a charge $q = -0.4$ nC from the distance $d=1.2$ m from the center of the sphere to infinity.*

ESERCIZIO 2 - EXERCICE 2

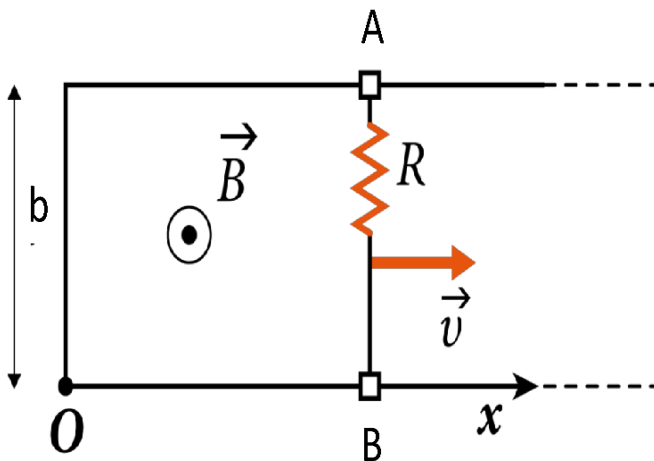
Una sbarretta metallica di lunghezza $b = 4$ cm, massa $m=3.0$ g e resistenza $R=2.0$ Ω può scorrere senza attrito su una guida metallica di resistenza trascurabile. Il circuito formato dalla sbarretta e dalla guida è immerso in un campo di induzione magnetica uniforme, perpendicolare al piano del

circuito, di modulo $B=0.02$ T. Al tempo $t=0$ la sbarretta viene messa in moto con velocità $v_0 = 4$ cm/s. Si determini:

1. L'espressione della corrente che scorre nella sbarretta per $t > 0$ e il suo valore numerico al tempo $t=10$ s.
2. L'energia dissipata nella sbarretta per effetto Joule fino a $t=10$ s.
3. La velocità asintotica della sbarretta per $t \rightarrow \infty$

A metal bar of mass $m=3.0$ g and resistance $R=2.0$ Ω slides frictionlessly on two parallel conducting rails at distance $b = 4$ cm apart. A uniform magnetic field $B=0.02$ T, pointing out of the page, fills the entire region. The bar starts out at $t=0$ with speed $v_0 = 4$ cm/s, and is left to slide.

4. Evaluate the current induced in the circuit at $t > 0$, and compute its value at $t=10$ s.
5. Compute the energy delivered in the resistor up to $t=10$ s.
6. Compute the asymptotic value of the bar at $t \rightarrow \infty$



MECCANICA STATISTICA

ESERCIZIO 1

Si consideri un gas costituito da N particelle identiche non interagenti confinate su un piano in una regione circolare di raggio R . Dato un sistema di riferimento con centro in tale regione, la Hamiltoniana di particella singola e' data da

$$H(\vec{q}, \vec{p}) = \frac{p^2}{2m} + \frac{k q^2}{2} \quad \text{con} \quad |\vec{q}| = q; \quad |\vec{p}| = p$$

dove m e' la massa delle particelle, e k e' una costante reale positiva.

Assumendo che il sistema sia in equilibrio con un bagno termico a temperatura T :

- Calcolare l'energia interna e il calore specifico a volume costante del gas.
- Calcolare la frazione di particelle a distanza $< R/2$ dall'origine.
- Discutere il limite $K_B T \gg kR^2/2$.

ESERCIZIO 2

Si consideri un gas ideale di atomi di massa m contenuto in un cilindro di altezza infinita in presenza del campo gravitazionale terrestre.

- Qual è la distribuzione della densità al variare dell'altezza z ?
- Di quanto differisce l'energia media per particella alla base ed ad altezza H ?

Esercizi MQ Dottorato

April 20, 2023

[Problem 1]

Consider a quantum harmonic oscillator in one spatial dimension x , described by the following Hamiltonian

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \eta x^4$$

where $m, \eta > 0$. The term proportional to η is a small perturbation.

1. Consider first the unperturbed oscillator by setting $\eta = 0$. The fundamental eigenfunction is $\psi_0(x) \propto e^{-\alpha x^2/2}$ with $\alpha = m\omega/\hbar$. Compute the corresponding eigenvalue E_0 and the normalization of the eigenfunction.
[Use $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y^2)y^{2n} dy = \frac{(2n)!}{4^n n!} \sqrt{\pi}$ for any non-negative integer n].
2. Using time-independent perturbation theory, compute the correction ΔE to the unperturbed ground-state energy E_0 to first order in the perturbation η .
3. Write the Lagrangian L associated to the above Hamiltonian.

[Problem 2]

A particle with spin $1/2$ is in a quantum state with $\langle \sigma_x \rangle = \sqrt{3}/2$ and $\langle \sigma_z \rangle = -1/2$

1. Find $\langle \sigma_y \rangle$.
2. At $t = 0$ the particle is immersed in a magnetic field $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Find the time t such that $\langle \sigma_x \rangle = \langle \sigma_y \rangle$, and the corresponding value.
3. Find and plot the probability that a measure of σ_x yields the value 1.